

Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlagen einer polykontexturalen Logik

1. Für die 2-wertige aristotelische Logik gilt

$$L = (0, 1) = L^{-1} = (1, 0),$$

denn das Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten verbietet die Annahme eines vermittelnden Wertes

$$0 \vee \neg 0$$

$$1 \vee \neg 1.$$

Allerdings gibt es neben der Möglichkeit substantieller dritter Werte die Erzeugung eines differentiellen Tertiums. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$$E \rightarrow L = (0, 1) = L^*$$

$$\left(\begin{array}{ll} L_1 = (0, 1) & L_2 = L_1^{-1} = (1, 0) \\ L_3 = ((0), 1) & L_4 = L_3^{-1} = (1, (0)) \\ L_5 = ((1), 0) & L_6 = L_5^{-1} = (0, (1)) \\ L_7 = ((0, 1)) & L_8 = L_7^{-1} = ((1, 0)) \end{array} \right)$$

Anstelle von 0 und 1 bekommen wir somit im minimalen Fall

$$0, (0)$$

$$1, (1),$$

d.h. für jedes L_i gilt

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0),$$

und somit ist

$$(x \in 0) \subset 1$$

$$(y \in 1) \subset 0,$$

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile (vgl. Toth 2015).

2. In Toth (2019) hatten wir argumentiert, daß die Definition der drittheitlichen semiotischen Trichotomie überflüssig und zudem inkonsistent ist, weil sie erstens die logische Subjektposition repräsentiert, aber von Peirce, Bense und Walther (1979) topologisch und logisch definiert wird. Zweitens weil der Zusammenhang von Zeichen ein Problem einer Zeichensyntax ist, aber keine Eigenschaft des Zeichens selbst (vgl. Klaus 1962). Bense selbst hatte das Zeichen wiederholt rein mathematisch definiert, so etwa kategorietheoretisch in (1979, S. 53 u. 67) oder zahlentheoretisch in (1981, S. 17 ff.). Drittens lassen sich die ersten zwei Trichotomien durch

$$(x.1): \quad Z = f(\Omega)$$

$$(x.2): \quad Z = f(\omega, t)$$

$$(x.3): \quad Z \neq f(\Omega)$$

mit $x \in (1, 2)$ definieren, was jedoch für die dritte Trichotomie nicht möglich ist, da der Zusammenhang von Zeichen keine Funktion des Objektes, sondern eine solche einer Menge von Zeichen ist

$$Z = f((Z)).$$

Für den Trivialfall, daß die Menge aus dem Zeichen selbst besteht, gilt dann natürlich

$$Z = f(Z).$$

Es genügt also völlig, von der semiotischen 2×3 -Teilmatrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

auszugehen und jedes Subzeichen der Form

$$S = (x.y)$$

mit $x \in (1, 2)$ und $y \in (1, 2, 3)$

durch

$$(x.1) = f(\Omega)$$

$$(x.2) = f(\omega, t)$$

$(x.3) \neq f(\Omega)$

zu definieren. Ein offener Konnex kann dann definiert werden durch

$(x.y)$,

ein abgeschlossener Konnex durch

$(x.y]$ oder $[x.y)$

und ein vollständiger Konnex durch

$[x.y]$.

Diese vierfache topologisch-konnexiale Differenzierung werden wir im folgenden für das oben definierte logische 8-tupel benutzen. Wir erhalten dann $8 \text{ mal } 4 = 32$ topologische binäre logische Funktionen.

$(0, 1)$	$(0, 1]$	$[0, 1)$	$[0, 1]$
$(1, 0)$	$(1, 0]$	$[1, 0)$	$[1, 0]$
$((0), 1)$	$((0), 1]$	$[(0), 1)$	$[(0), 1]$
$(1, (0))$	$(1, (0)]$	$[1, (0))$	$[1, (0)]$
$((1), 0)$	$((1), 0]$	$[(1), 0)$	$[(1), 0]$
$(0, (1))$	$(0, (1)]$	$[0, (1))$	$[0, (1)]$
$((0, 1))$	$((0, 1)]$	$[(0, 1))$	$[(0, 1)]$
$((1, 0))$	$((1, 0)]$	$[(1, 0))$	$[(1, 0)]$.

Logische Wahrheit und Falschheit stehen hier also in funktionaler Abhängigkeit von Einbettungsgrad und topologischer Öffnung. Da das Octupel L^* lediglich eine Ausdifferenzierung der klassischen zweiwertigen aristotelischen Logik der Form $L = (0, 1)$ ist, erscheinen also die klassischen 16 dyadischen Wahrheitswertfunktionen (vgl. etwa Menne 1991, S. 34 f.) jeweils in durch E und die topologischen closures determinierten Subspezifikationen.

Exemplarisch stehe hier die Wahrheitswertfunktion der Konjunktion, die in L wie folgt aussieht

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1.

Für L^* haben wir also

$(0, 0)$	$(0, 0]$	$[0, 0)$	$[0, 0]$
$((0), 0)$	$((0), 0]$	$[(0), 0)$	$[(0), 0]$
$(0, (0))$	$(0, (0)]$	$[0, (0))$	$[0, (0)]$
$((0, 0))$	$(0, (0)]$	$[0, (0))$	$[0, (0)]$

$(0, 1)$	$(0, 1]$	$[0, 1)$	$[0, 1]$
$(1, 0)$	$(1, 0]$	$[1, 0)$	$[1, 0]$
$((0), 1)$	$((0), 1]$	$[(0), 1)$	$[(0), 1]$
$(1, (0))$	$(1, (0)]$	$[1, (0))$	$[1, (0)]$
$((1), 0)$	$((1), 0]$	$[(1), 0)$	$[(1), 0]$
$(0, (1))$	$(0, (1)]$	$[0, (1))$	$[0, (1)]$
$((0, 1))$	$((0, 1)]$	$[(0, 1))$	$[(0, 1)]$
$((1, 0))$	$(1, 0]$	$[(1, 0))$	$[(1, 0)],$

d.h. wegen der zusätzlichen Möglichkeit der Gleichheit der Werte 2 mal 16 = 32 zusätzliche Möglichkeiten. Insgesamt ergeben sich als genau 64 topologische eingebettete binäre Wahrheitswertfunktionstypen für L^* :

$(0, 0)$	$(0, 0]$	$[0, 0)$	$[0, 0]$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} (0, 0) \\ ((0), 0) \\ (0, (0)) \\ ((0, 0)) \end{matrix}} \right\} (L = (0, 0) \rightarrow L^*)$
$((0), 0)$	$((0), 0]$	$[(0), 0)$	$[(0), 0]$	
$(0, (0))$	$(0, (0)]$	$[0, (0))$	$[0, (0)]$	
$((0, 0))$	$(0, (0)]$	$[0, (0))$	$[0, (0)]$	

$$\left. \begin{array}{cccc}
 (1, 1) & (1, 1] & [1, 1) & [1, 1] \\
 ((1), 1) & ((1), 1] & [(1), 1) & [(1), 1] \\
 (1, (1)) & (1, (1)] & [1, (1)) & [1, (1)] \\
 ((1, 1)) & ((1, 1)] & [(1, 1)) & [(1, 1)]
 \end{array} \right\} (L = (1, 1) \rightarrow L^*)$$

$$\left. \begin{array}{cccc}
 (0, 1) & (0, 1] & [0, 1) & [0, 1] \\
 ((0), 1) & ((0), 1] & [(0), 1) & [(0), 1] \\
 (0, (1)) & (0, (1)] & [0, (1)) & [0, (1)] \\
 ((0, 1)) & ((0, 1)] & [(0, 1)) & [(0, 1)]
 \end{array} \right\} (L = (0, 1) \rightarrow L^*)$$

$$\left. \begin{array}{cccc}
 (1, 0) & (1, 0] & [1, 0) & [1, 0] \\
 (1, (0)) & (1, (0)] & [1, (0)) & [1, (0)] \\
 ((1), 0) & ((1), 0] & [(1), 0) & [(1), 0] \\
 ((1, 0)) & ((1, 0)] & [(1, 0)) & [(1, 0)].
 \end{array} \right\} (L = (1, 0) \rightarrow L^*)$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Klaus, Georg, Semiotik. Berlin (DDR) 1962, 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019
(683 S.)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

26.4.2019